حل نموذج بجروت

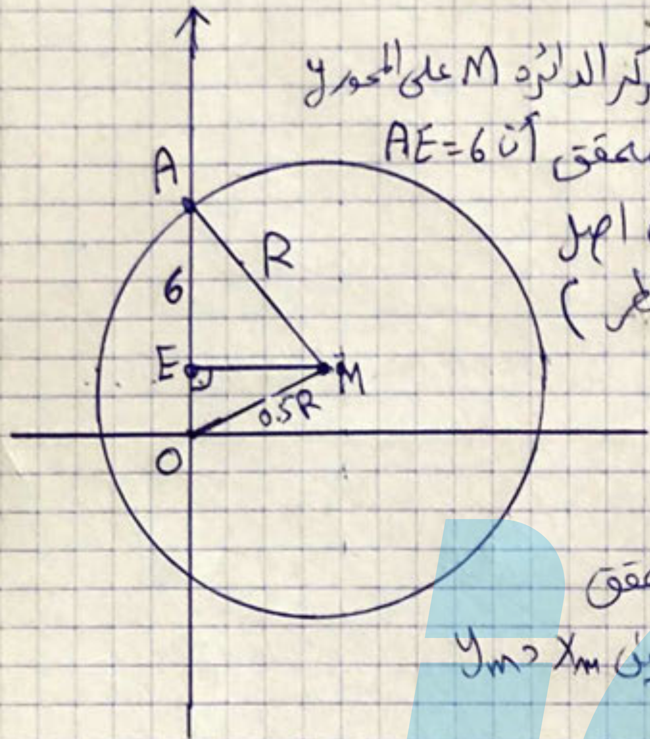
(807)-582

موعد شتاء 2019

طاقم الرياضيات

معهد IQ

حل سؤال 1



بحسب المعطيات أُنزل عمودًا من مركز الدائرة M على المحور y
العمود يقطع المحور y في النقطة E ويتحقق أنّ $AE=6$
كذلك معطى ان بُعد النقطة M عن اصل
المحاور هو $\frac{1}{2}R$ (بحيث R نصف القطر)
من هنا نستنتج أن: $OM=0.5R$

لتكن $M(x_M,y_M)$ لكي نجد المحل
الهندسي لكل النقاط M التي تحقق
الشروط علينا ان نجد العلاقة بين x_M و y_M
من خلال معادلة:

أولاً: بما أنّ M هي مركز الدائرة التي نصف قطرها R
لذلك تحقق معادلة الدائرة أي:

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2=R^2$$

ومن هنا يمكن أن نستنتج بخصوص النقطة M انها تحقق
ايضاً:

$$OM=\frac{1}{2}AM \Longrightarrow \sqrt{(x_m-0)^2+(y_m-0)^2}=OM$$

نُعبر عن AM:

نفرض احداثيات النقطة $E:(0,y_M)$ للنقطة M و E يوجد
نفس الاحداثي y، والاحداثي x للنقطة E هو 0.
لذلك احداثيات النقطة A هي $(0,y_m+6)$ ومن هنا نستنتج
ان:

$$AM=\sqrt{(x_m-0)^2+(y_m-(y_m+6))^2}$$

$$AM=\sqrt{(x_m)^2+(-6)^2}=\sqrt{x_m^2+36}$$

اذاً يتحقق :-

$$OM = \frac{1}{2} AM$$

أي

$$\overbrace{\sqrt{x_m^2 + y_m^2}}^{OM} = \frac{1}{2}\sqrt{x_m^2 + 36}$$

نربع الطرفين نحصل على

$$x_m^2 + y_m^2 = \frac{1}{4}\left(x_m^2 + 36\right)$$

$$\Longrightarrow 4x_m^2 + 4y_m^2 = x_m^2 + 36 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow 3x_m^2 + 4y_m^2 = 36 \xrightarrow{(:36)} \frac{x_m^2}{12} + \frac{y_m^2}{9} = 1$$

إذاً معادلة المحل الهندسي لكل النقاط M التي تحقق معطيات السؤال هي :

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$$

وهذه المعادلة هي معادلة قطع ناقص

ب حسب المعطيات F_1 و F_2 هما بؤرتي القطع الناقص

نذكر أن احداثيات البؤرتين للقطع الناقص هما :

$F_1 : (c,0)$ و $F_2\ (-c,0)$ ومعادلة القطع الناقص هي

من الصورة :- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ بحيث يتحقق :- $a^2 = b^2 + c^2$

بحسب معادلة القطع الناقص التي توصلنا إليها فإن :-

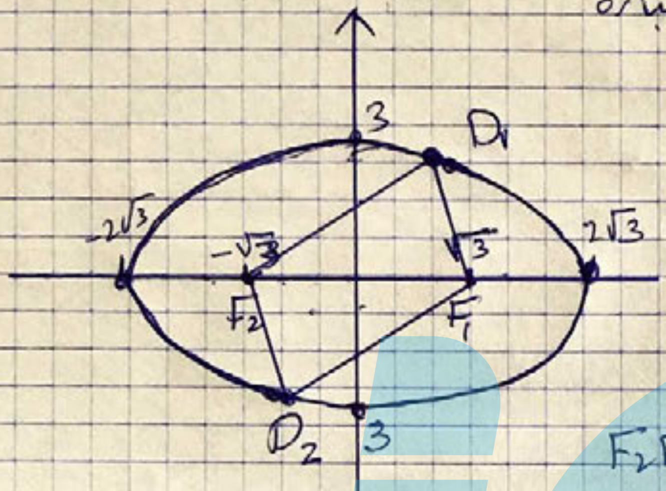
$a^2 = 12$ وبالتالي $a = \sqrt{12}$ و $b^2 = 9$ وبالتالي $b = 3$

من هنا يتحقق :

$$\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 3^2 = c^2$$

نبسط ونحصل على $\longrightarrow$ $\boxed{c = \sqrt{3}}$

من هنا المحل الهندسي اذا الشكل الرباعي الموصوف في معطيات
السؤال بالبند (ب) هو المبين بالرسم



مساحة الشكل الرباعي الناتج عبارة
عن مساحة مثلثين $D_1F_1F_2$
والمثلث $D_2F_1F_2$
للمثلثين يوجد نفس القاعدة
وهي F_1F_2 التي طولها $2\sqrt{3}$
ارتفاع كل من المثلثين هو
العمود النازل من D_1 على F_2F_1
والارتفاع النازل من D_2 على F_2F_1
وهاذان الارتفاعان يكونا أكبر ما يمكن عندما تكون النقطة
D_1 هي نقطة تقاطع القطع الناقص مع المحور y في الجزء الموجب
وكذلك الأمر مع النقطة D_2 في الجزء السالب لمحور y
وبهذه الحالة تكون احداثيات $D_1(3,0)$ و $D_2(-3,0)$
وارتفاع المثلث في الحالتين هو 3 وعندها الشكل الرباعي
الناتج هو دالتون أي مساحته هي (حاصل ضرب الاقطار $\cdot\frac{1}{2}$)

$$S_{D_1F_1D_2F_2} = \frac{6\cdot 2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

ب.2. بما أن القطع الناقص هو المحل الهندسي لكل النقاط
التي مجموع ابعادها عن البؤرتين هو مقدار ثابت
لذلك لكل D_1 و D_2 تتحقق أن :-

$$D_1F_1 + D_1F_2 = 2a \quad و \quad D_2F_1 + D_2F_2 = 2a$$

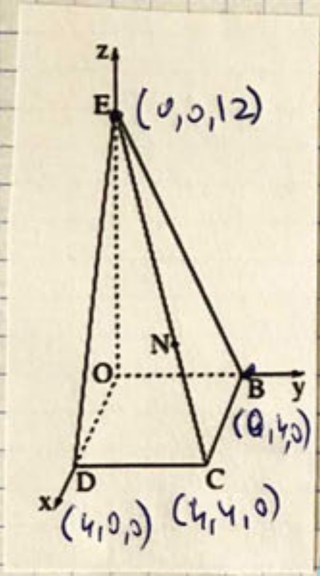
أي أن المحيط نفسه لكل D_1, D_2 وهو $4a \leftarrow 4\cdot(2\sqrt{3})$
أي انه لا يوجد شكل رباعي له أكبر محيط.

حل سؤال 2

أ. بحسب المعطيات $OE=12$

وكذلك $OD=4$ من هنا نستنتج أن

احداثيات النقطة E هي: $E(0,0,12)$



واحداثيات النقطة $D(4,0,0)$ وبما أن $OBCD$

هو مربع لذلك إحداثيات القاعدة ستكون

$B(0,4,0)$ و $C(4,4,0)$ $\boxed{\text{طول الضلع } 4}$

وبالتالي التمثيل البارامتري للمستقيم EC هو:

$$EC = \underline{x} = \overrightarrow{OE} + t\cdot(\overrightarrow{EC})$$

$$\overrightarrow{OE} = (0,0,12)$$

$$\overrightarrow{EC} = (4-0, 4-0, 0-12) = (4,4,-12)$$

$$\boxed{EC = \underline{x} = (0,0,12) + t(4,4,-12)}$$

ب. بحسب المعطيات أُنزل من النقطة N

عمود $\perp$ على القاعدة. وهذا العمود قطع

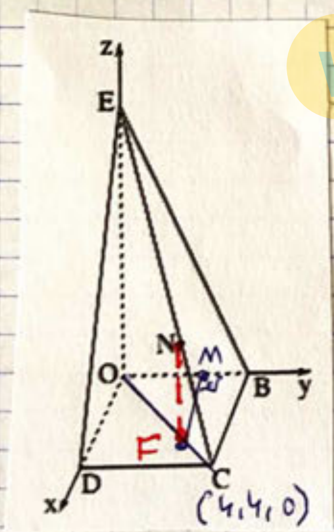
القاعدة بالنقطة F بحيث بُعد F عن

المحور y هو 3 وحدات وهذا معناه

ان الاحداثي x للنقطة F هو 3 $(FM=3)$

وبما ان F تقع بالمستوى $[x,y]$ لذلك

الأحداثي z للنقطة هو 0.



بما ان النقطة N تقع على المستقيم NC

لذلك احداثيات النقطة N من الصورة

$$(4t, 4t, 12-12t) \xrightarrow[\text{أو}]{} (t, t, 12-3t)$$

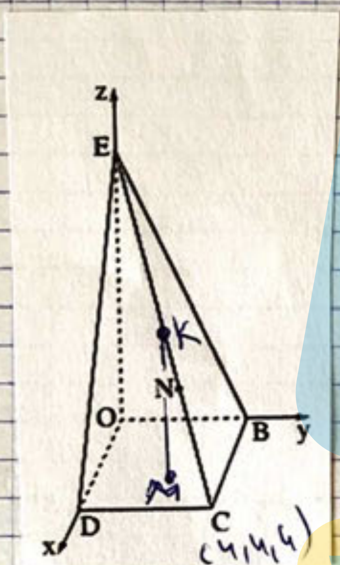
(نقسم إحداثيات المتجه الاتجاهي لـ EC على 4)

بما أن NF يوازي المحور z أي يوازي OE أيضاً
اذاً المثلث NFC يشابه المثلث EOC حسب (ز,ز)
(لأنه في المثلثين يوجد زاوية قائمة و زاوية C مشتركة.
ونسبة التشابه 1:4 وبالتالي نستنتج أن:

$$\frac{NF}{OE} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12} \qquad \frac{CF}{OC} = \frac{3}{4}$$

طول OE = 12

وعليها إحداثيات F هي $F(3,3,0)$ ، وإحداثيات $N(3,3,3)$



د. $N(3,3,3)\quad C(4,4,0)\quad B(0,4,0)$

$$\pi(BCN) = \vec{OB} + s\cdot\vec{BC} + t\cdot\vec{BN}$$

$$\pi(BCN) = (0,4,0) + s\cdot(4,0,0) + t\cdot(3,-1,3)$$

معادلة المستوى هنا هي: $ax+by+cz+d=0$
بحيث $\underline{u}:(a,b,c)$ هو متجه يُعامد المستوى
ويتحقق $(a,b,c)\cdot(4,0,0)=0$

$(a,b,c)\cdot(3,-1,3)=0$

نحل المعادلات الناتجة ونحصل على
$\underline{u}=(0,3,1)$

ونعوض نقطة من بين النقاط N,B,C في الصورة العامة للمعادلة مستوى ونحصل على:

$$\pi(BCN) = 0\cdot x+3y+1\cdot z-12=0$$

المربع OBCD عبارة عن مستوى معادلته $\boxed{z=0}$
$(0x+0y+1z+0=0)$

والزاوية بينهم يتحقق

$$\cos\alpha = \frac{(0,0,1)\cdot(0,3,1)}{\sqrt{1}\cdot\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha = 71.56}$$

د. حسب المعطيات K هي نقطة على الضلع EC بحيث KOBC
هو هرم قائم. العمود النازل من K على القاعدة في الهرم القائم
سيقطع القاعدة في نقطة التي هي مركز الدائرة الحاصرة للقاعدة
اي ان M هي مركز الدائرة الحاصرة للمربع OBCD.
النقطة M هي نقطة التقاء اقطار المربع OBCD
وبالتالي إحداثياتها هي $(2,2,0)$
المتجه الاتجاهي للمستقيم KM هو $(0,0,1)$ (نفس المتجه المعامد للمستوى OBCD الذي وجدناه بالبند م)

وبالتالي

$$\boxed{KM:\ \underline{x}=(2,2,0)+\phi(0,0,1)}$$

حل سؤال 3

أ. نفرض $Z = r\cdot cis\alpha$ اذاً $\bar{Z} = r\,cis(-\alpha)$ و $Z^3 = R^3\cdot cis3\alpha$

ونتحقق أن:

$$R^3\cdot cis3\alpha = R\,cis(-\alpha)$$

وهذا يتحقق اذا تحقق أن:

$3\alpha = -\alpha + 360k$ و $R^3 = R$ $(R > 0)$

$4\alpha = 360k \rightarrow \boxed{\alpha = 90k}$ و $\boxed{R = 1}$

نفحص الحلول الممكنة للمعادلة بحيث أن $0 \leq \alpha \leq 360$

$K=0 \longrightarrow 1\cdot cis0 = 1$

$K=1 \longrightarrow 1\cdot cis90 = i$

$K=2 \longrightarrow 1\cdot cis180 = -1$

$K=3 \longrightarrow 1\cdot cis270 = -i$

$K=4 \longrightarrow 1\cdot cis360 = 1 = cis0$

إذاً عدد الحلول هو 4 حلول وهي: $1, i, -1, -i$

وهذه الحلول عبارة عن النقاط:

$Z_1(1,0)$ $Z_2(0,1)$ $Z_3(-1,0)$ $Z_4(0,-1)$

ب1) نفرض أن $Z = a+bi$ اذاً $\bar{Z} = a-bi$ ونتحقق:

$$(a+bi)^2\cdot(a-bi)^2 = 1 \Rightarrow [(a+bi)(a-bi)]^2 = 1$$

$$\Rightarrow a^2 + \cancel{abi} - \cancel{abi} - b^2\underbrace{i^2}_{(-1)} = 1 \Rightarrow \boxed{a^2+b^2=1}$$

وهذه المعادلة هي معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ونصف قطرها 1

ب2) الدائرة التي حصلنا عليها تقطع المحاور بالنقاط:

$Z_1(1,0)$, $Z_2(0,1)$, $Z_3(-1,0)$, $Z_4(0,-1)$

وهذه النقاط هي أيضاً حلول المعادلة التي وجدناها في (أ)

ج.1. بحسب المعطيات نفهم أنه تم تدوير كل حل في المستوى بزاوية 45° بعكس اتجاه عقارب الساعة وبالتالي الحلول تصبح

$$Z_1 = 1\,cis(0+45) = 1\,cis\,45$$

$$Z_2 = 1\,cis(90+45) = 1\,cis\,135$$

$$Z_3 = 1\,cis(180+45) = 1\,cis\,225$$

$$Z_4 = 1\,cis(270+45) = 1\cdot cis\,315$$

ومعطى ان هذه الحلول تلائم المعادلة $z^4 = a$

اي هي حلول لهذه المعادلة

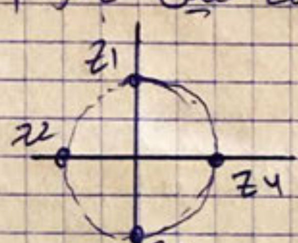
وبالتالي يتحقق: $(Z_1)^4 = a$

$$\Rightarrow (1\,cis\,45)^4 = a \Longrightarrow 1^4\cdot cis\,4\cdot 45 = a$$

$$\Rightarrow cis\,180 = a \Longrightarrow \underbrace{-1}_{cis\,180} = a$$

والمعادلة هي: $\boxed{z^4 = -1}$ و $\boxed{a = -1}$

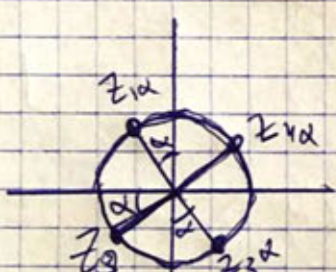
ج.2. الحلول الأصلية عبارة عن تقاطع الدائرة $a^2+b^2=1$ مع المحاور وبعد ان ندير كل حل بمقدار الزاوية α ستتحرك الحلول كما مبين بالرسم:



Z_1 و Z_3 عبارة عن عددين متضادين

و Z_2 و Z_4 عبارة عن عددين متضادين وبالتالي مجموع كل عدد ومضاده هو 0

ومجموع الحلول هو 0



وايضاً بعد ادارة الحلول بزاوية α سيبقى المجموع 0.

حل سؤال 4

أ.
$$f(x)=\frac{e^{ax}-e^{x}}{e^{ax}-3e^{x}+2}$$

معلوم أنه للدالة يوجد خط تقارب عمودي $x=\ln 2$

اي يتحقق أن:

$$e^{a\ln 2}-3e^{\ln 2}+2=0$$

$$2^{a}-3\cdot 2+2=0 \Rightarrow 2^{a}=4 \rightarrow \boxed{a=2}$$

ب. مجال تعريف الدالة:

نعوض $a=2$ تصبح الدالة $f(x)=\frac{e^{2x}-e^{x}}{e^{2x}-3e^{x}+2}$

مجال تعريف الدالة هو كل x يحقق:

$$e^{2x}-3e^{x}+2\neq 0$$

$$(e^{x}-2)(e^{x}-1)\neq 0 \Longrightarrow e^{x}-2\neq 0 \text{ او } e^{x}-1=0$$

$$x\neq \ln 2 \text{ او } x\neq \ln 1\neq 0$$

اذا مجال تعريف الدالة هو $x\neq \ln 2$ أو $x\neq 0$

ممكن التعبير عن الدالة $f(x)$ كالتالي:

$$f(x)=\frac{e^{2x}-e^{x}}{(e^{x}-2)(e^{x}-1)}=\frac{e^{x}\cancel{(e^{x}-1)}}{(e^{x}-2)\cancel{(e^{x}-1)}}=\frac{e^{x}}{e^{x}-2}$$

$x\neq 0$

وبالتالي نقسم على $(e^{x}-1)$ لأنه عندما التعبير هو 0.

اذا لكل $x\neq 0$ يتحقق:

$$f(x)=\frac{e^{x}}{e^{x}-2}$$

(1.ج) لحسب البند (ب) فإنه لكل $x\neq 0$ تتحقق $f(x)=\frac{e^x}{e^x-2}$

- في $x=0$ فإن الدالة $f(x)$ بصورتها الأولى تتحقق

$$f(0)=\frac{0}{0}$$

- بالتالي للدالة $f(x)$ يوجد ثقب في $x=0$

- والنقطة الثقب احداثياتها هي $f(0)=\frac{e^0}{e^0-2}=-1$

أي $(0,-1)$ ثقب

- بما أنه لحسب البند (ب) الدالة غير معرفة في $x=\ln 2$

وهذه النقطة لا تحقق البسط لذلك $\boxed{x=\ln 2 \text{ خط تقارب}}$

خطوط تقارب أفقية

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{e^x}{e^x-2}\underset{x\to\infty}{\longrightarrow}\frac{e^x}{e^x}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim\frac{e^{-\infty}}{e^{-\infty}-2}=\frac{0}{0-2}=0$$

اذاً $\underset{x\to-\infty}{y=0}$ و $\underset{x\to+\infty}{y=1}$ هي خطوط تقارب أفقية

(2.ج) لكي نرسم الدالة نفحص هل يوجد للدالة نقاط قصوى

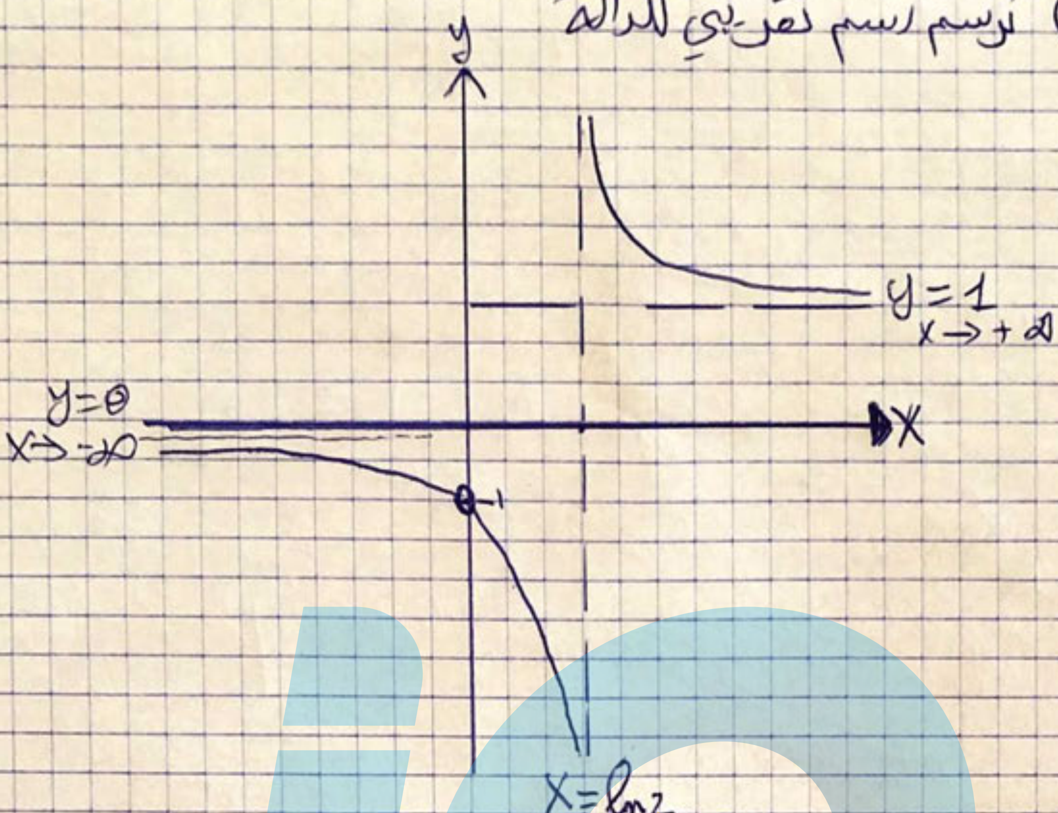
$$f'(x)=\frac{e^x(e^x-2)-e^x\cdot e^x}{(e^x-2)^2}=\frac{e^x[(e^x-2)-e^x]}{(e^x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-2e^x}{(e^x-2)^2}<0$$

- المشتقة سالبة لكل x في مجال التعريف

أي ان الدالة تنازلية في كل مجال تعريفها.

3.ج) نرسم رسم تقريبي للدالة



د.1) $h(x)=\left|\frac{e^x}{e^x-2}-\frac{1}{2}\right|$

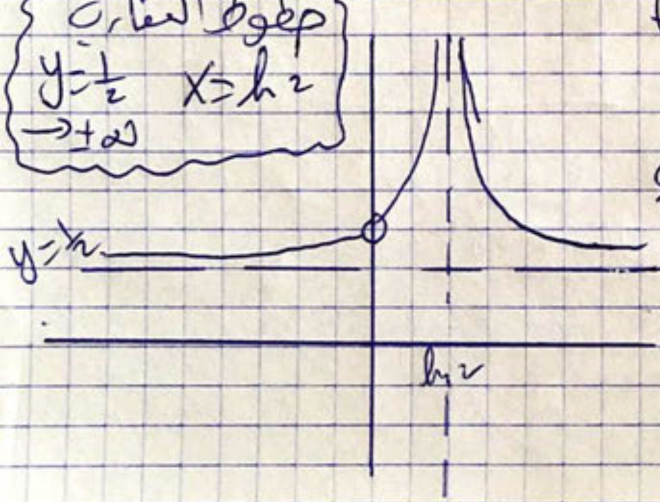
الدالة $h(x)$ عبارة عن القيمة المطلقة للدالة $f(x)$ بعد ازاحتها ب $\frac{1}{2}$ وحدة الى الاسفل (ازاحة عمودية).

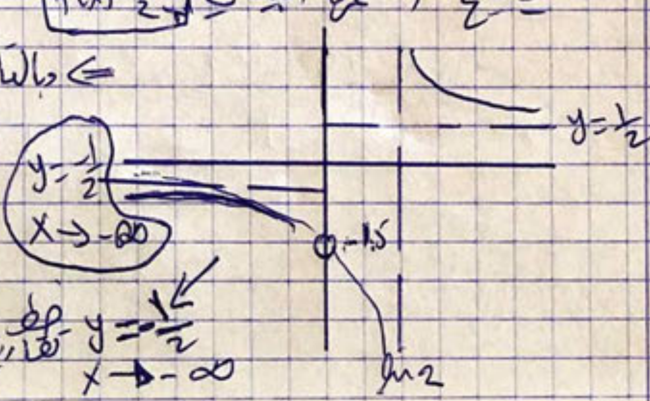
د.2) اي ان $h(x)=\left|f(x)-\frac{1}{2}\right|$

بعد ازاحة $\frac{1}{2}$ وحدة للاسفل للدالة $f(x)$ يصبح رسمها البياني $\boxed{f(x)-\frac{1}{2}}$

وبالتالي ⇐

خطوط التقارب
$y=\frac{1}{2}$ $x=\ln 2$
$\to \pm\infty$



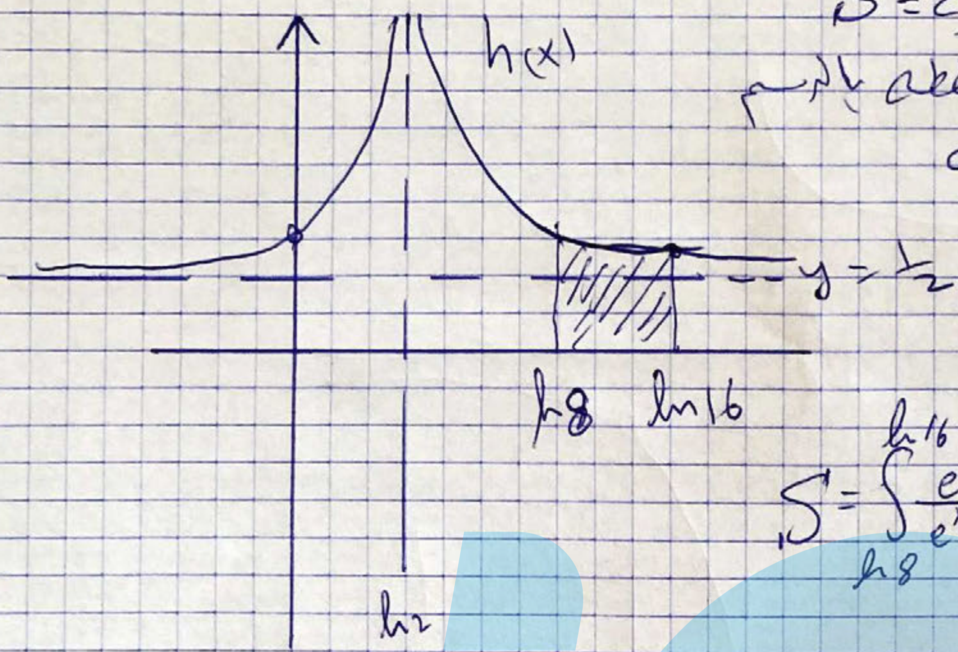


خط تقارب $y=-\frac{1}{2}$
$x \to -\infty$

3.د

المساحة المطلوبة = S'

هي المساحة المخططة بالرسم



$$S' = \int_{\ln 8}^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x-2} - \frac{1}{2}\,dx$$

ويتحقق:

$$S' = \int_{\ln 8}^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x-2}\,dx - \int_{\ln 8}^{\ln 16} \frac{1}{2}\,dx$$

التعبير $\frac{e^x}{e^x-2}$ عبارة عن $\frac{g'(x)}{g(x)}$ وبالتالي يتحقق أن:

$$\int_{\ln 8}^{\ln 18} \frac{g'(x)}{g(x)}\,dx = \Big[\ln g(x)\Big]_{\ln 8}^{\ln 16} = \Big[\ln e^x-2\Big]_{\ln 8}^{\ln 16}$$

وبالتالي يتحقق

$$= \int_{\ln 8}^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x-2}\,dx - \int_{\ln 8}^{\ln x} \frac{1}{2}\,dx = \Big[\ln(e^x-2) - \frac{1}{2}x\Big]_{\ln 8}^{\ln 16}$$

$$= \Big[\ln(\underbrace{e^{\ln 16}}_{16}-2) - \frac{1}{2}\ln 16\Big] - \Big[\ln(\underbrace{e^{\ln 8}}_{8}-2) - \frac{1}{2}\ln 8\Big]$$

$$= \left(\ln 14 - \frac{1}{2}\ln 16\right) - \left(\ln 6 - \frac{1}{2}\ln 8\right) = 0.5007$$

* بحسب المعطيات فإن الرسم البياني للدالة $h(x)$ متماثل بالنسبة للمستقيم $x=\ln 2$ وهذا معناه: للمصادر التي تبعد نفس البعد عن يمين المستقيم $x=\ln 2$ وعن يسار المستقيم $x=\ln 2$ لها نفس الأحداثي y.

كذلك معطى أن النقطتين A و B متماثلتين بالنسبة لمستقيم التماثل $x=\ln 2$

معلوم أن الاحداثي x للنقطة A هو $\ln 8$ أي أن احداثيات A هي: $(\ln 8, h(\ln 8))$ ونجد: $h(\ln 8)=?$

$$h(\ln 8)=\left|\frac{e^{\ln 8}}{e^{\ln 8}-2}-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{8}{8-2}-\frac{1}{2}\right|=\frac{5}{6}$$

اذاً احداثيات النقطة A هي:

$$A\left(\ln(8), \frac{5}{6}\right)$$

النقطة B مماثلة للنقطة A بالنسبة للمستقيم $x=\ln 2$ وهذا معناه أن للنقطتين A و B نفس الاحداثي y. والاحداثي x للنقطتين يبعد نفس البعد عن $x=\ln 2$ وهذا معناه $x=\ln 2$ هو منتصف البعد بين النقطتين أي يتحقق أن

$$\frac{x_B+x_A}{2}=\ln 2$$

$$\Rightarrow \frac{x_B+\ln 8}{2}=\ln 2 \Longrightarrow x_B+\ln 8=2\ln 2$$

$$\Longrightarrow x_B+\ln 2^3=2\ln 2 \Longrightarrow x_B+3\ln 2=2\ln 2$$

$$\Longrightarrow x_B=2\ln 2-3\ln 2=-\ln 2$$

اذاً: $B:\left(-\ln 2, \frac{5}{6}\right)$

حل سؤال 5 :

أ. معطى أن $f(x)$ قابلة للاشتقاق لكل x في مجال تعريفها.

نفرض ان $f'(x)=0$ في النقطة x_A بحيث x_A نقطة قصوى لـ f

نبرهن ان x_A هي نقطة قصوى لـ $e^{f(x)}$ ومن نفس النوع

$$\left(e^{f(x)}\right)' = e^{f(x)} \cdot f'(x) \overset{?}{=} 0$$

المشتقة يساوي 0 فقط عندما يتحقق أن $f'(x)=0$

لأن $e^{f(x)} \neq 0$ أبداً.

وبما ان x_A هي نقطة قصوى لـ $f(x)$ اي ايتحقق $f'(x_A)=0$

لذلك x_A هي نقطة قصوى لـ $e^{f(x)}$ ايضاً. لانه بهذه النقطة يتحقق أن

$$\left(e^{f(x)}\right)'=0 \Rightarrow e^{f(x_A)} \cdot \underbrace{f'(x_A)}_{0}=0$$

والنقطة x_A ستكون لـ $f(x)$ و $e^{f(x)}$ نقطة قصوى ومن نفس النوع. لأن المجالات الموجبة والسالبة للمشتقتين نفسها

اذ أن $e^{f(x)}$ موجبة لكل x وبالتالي اشارة المشتقة للدالة $e^{f(x)}$ التي هي $e^{f(x)} f'(x)$ ستكون حسب اشارة $f'(x)$

ب. $f(x)=x\ln(x^n)$ و n بارامتر طبيعي

مجال تعريف الدالة هو $x^n>0$

اذا كان n زوجي يعني x^n موجب لكل $x\neq 0$

وبالتالي مجال تعريف الدالة لـ n زوجي هو $\boxed{x\neq 0}$

اذا كان n فردي اذاً $x^n>0$ لكل $x>0$

وبالتالي مجال تعريف الدالة لـ n فردي هو $\boxed{x>0}$

ج. نقاط تقاطع الدالة مع المحور x ($y=0$)

n زوجي مجال تعريف الدالة $x\neq 0$

$$f(x)=x\ln x^n$$

$x\neq 0$, $=0 \Rightarrow \ln x^n=0 \Rightarrow x^n=1$

$$x=\pm\sqrt[n]{1}$$

$\boxed{x=1}$ $\boxed{x=-1}$

اذا في حال n زوجي نقاط التقاطع مع x هي $(1,0)$ $(-1,0)$

n فردي مجال تعريف الدالة $x>0$

$$f(x)=x\cdot\ln x^n=0$$

$$\ln x^n=0 \Rightarrow x^n=1 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

بهذه الحالة $(1,0)$ هي نقطة تقاطع الدالة مع المحور x.

1.د بحسب المعطى قلنا ان الدالة تقطع المحور x في نقطتين

اي $(1,0)$ $(-1,0)$ وهذا يتحقق عندما يكون n زوجي

وهذا معناه ان $x^n=(-x)^n$ لان n زوجي.

$$f(-x)=-x\cdot\ln(-x)^n=-x\ln x^n=-f(x)$$

اذا $f(-x)=-f(x)$ والدالة زوجية.

2.د

$$f'(x)=(x\ln x^n)'=(n\,x\ln x)'=$$

$$=n\left(1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}\right)=n(\ln x+1)$$

$$f'(x)=n(\ln x+1)$$

$$f'(x) = n(\ln x + 1) = 0 \Rightarrow \ln x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow \boxed{x = e^{-1}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{e}}$$

نفحص النقطة حسب f'':

$$f''(x) = n \cdot \frac{1}{x}$$

$$f''\left(\frac{1}{e}\right) = n \cdot \frac{1}{\frac{1}{e}} = n \cdot e > 0$$

إذن $\boxed{x = \frac{1}{e} \text{ נק' מינימום}}$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = n \cdot \frac{1}{e} \ln \frac{1}{e} = \frac{-n}{e}$$

إذن: $\left(\frac{1}{e}, \frac{-n}{e}\right)$ נק' מינימום.

وبما ان الدالة فردية اذن النقطة $\left(\frac{-1}{e}, \frac{n}{e}\right)$ מקסימום.

3.5 في حال $n=2$

$$f(x) = x \ln(x^2)$$

مجال تعريف الدالة $x \neq 0$ نقاط تقاطع مع x هي $(1,0)$ $(-1,0)$

نفحص تصرف الدالة بجوار $x \to 0$ هل هي خط تقارب أم ثقب

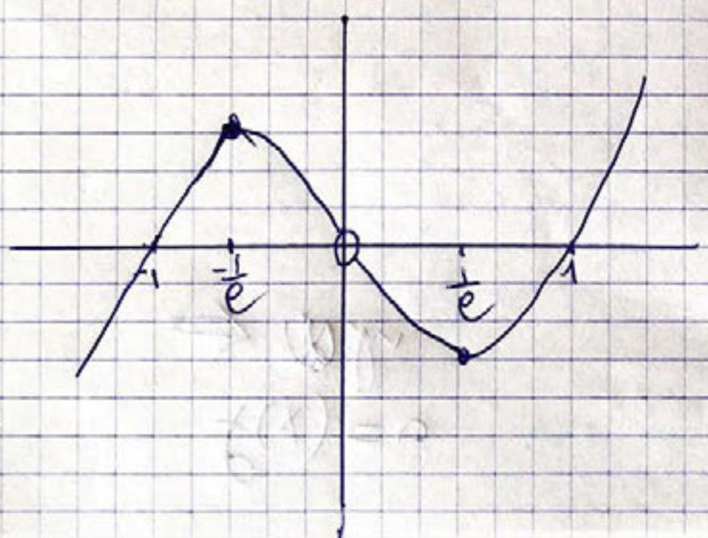
$$f(0^+) = 0 \cdot \ln(0^+) = 0 \cdot (-\infty) \to 0$$

بما ان $x \to 0$ اسرع من $\ln$ للـ ∞ $\quad f(0)=0$

والنقطة $(0,0)$ ثقب.

النقطة $\left(\frac{1}{e}, \frac{-2}{e}\right)$ מינימום.

النقطة $\left(\frac{-1}{e}, \frac{2}{e}\right)$ מקסימום.



ه.

$g(x) = e^{x \ln x^n} = e^{f(x)}$

بحسب البند (أ) للدالة $f(x)$ و $e^{f(x)}$ يوجد نفس نوع النقاط القصوى ونفس الاحداثي x للنقاط القصوى

وبالتالي الاحداثي x للنقاط القصوى للدالة g هي:

$\left(\frac{1}{e}, g\left(\frac{1}{e}\right)\right)$ מינימום و $\left(-\frac{1}{e}, g\left(-\frac{1}{e}\right)\right)$ מקסימום.

من هنا:

$g\left(\frac{1}{e}\right) = e^{f\left(\frac{1}{e}\right)} = e^{-\frac{n}{e}}$ $\boxed{\left(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}}\right) \min}$

$g\left(-\frac{1}{e}\right) = e^{f\left(-\frac{1}{e}\right)} = e^{\frac{n}{e}} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}}\right) \max}$